



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022

Α' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 5 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Για τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ και $\vec{c} = (x_3, y_3)$ του επιπέδου Oxy να αποδείξετε ότι: $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Μονάδες 7

Α2. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$;

Μονάδες 4

Α3. Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ με $\vec{a} \neq \vec{0}$ και $\vec{e}$ το μοναδιαίο διάνυσμα, δίνεται ο ισχυρισμός: «η παράσταση $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{e}$ είναι ίση με πραγματικό αριθμό».

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό αυτό ως Σωστό ή Λάθος.

Μονάδες 1

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022

Α' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

A4. Για κάθε μία από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιο σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \lambda \cdot \vec{\beta}$ τότε για κάθε πραγματικό αριθμό λ ισχύει $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.
2. Οποιαδήποτε ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ έχει εξίσωση της μορφής $y - y_0 = \lambda \cdot (x - x_0)$.
3. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ τότε τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι πάντα ομόρροπα.
4. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι ίση με $(AB) = \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$.
5. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι πάντα $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ του οποίου η πλευρά AB τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(2,0)$ και $B(0,2)$. Το κέντρο του τετραγώνου είναι η αρχή των αξόνων $O(0,0)$.

B1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά AB του τετραγώνου.

Μονάδες 5

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ του τετραγώνου και να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος της πλευράς $A\Delta$ έχει εξίσωση την διχοτόμο της 2ης και 4ης γωνίας των αξόνων.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά $B\Gamma$, καθώς και το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{B\Gamma}$.

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με τον $x'x$ άξονα και έπειτα τα εσωτερικά γινόμενα :

1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 2) $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DA}$ 3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ όπου $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{2}$ και $\overrightarrow{AM} \uparrow \downarrow \overrightarrow{AG}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x + 1, x)$, $\vec{\beta} = (-4x, -x - 1)$ και $\vec{\gamma} = (x, -2x)$ με $x \in \mathbb{R}$. Αν $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \perp \vec{\gamma}$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $x = 1$.

Μονάδες 9

Για $x = 1$

Γ2. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\delta} = (-3, 1)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta}$ και διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$.

Μονάδες 5

Γ4. Αν η ευθεία (ε) τέμνει τους άξονες στα σημεία Β και Γ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου QBF .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{AG} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ όπου για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύουν :

- $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 3$
- $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 + 2 \cdot \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} - 3 = 0$
- η γωνία $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ είναι αμβλεία.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -3$.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022

Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

Δ2. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma} = -4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΒΜ αν Μ το μέσο της ΑΓ.

Μονάδες 8

Δ3. Αν για το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ισχύει $\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} + \sqrt{7} \cdot \vec{\gamma} = \vec{0}$ να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = 2$.

Μονάδες 5

Δ4. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{x} = \vec{\gamma}^2 \cdot \vec{\beta} - [\vec{\alpha}(\vec{\alpha} - \vec{\beta})] \cdot \vec{\alpha} - |\vec{\alpha}\vec{\beta}| \cdot \vec{\beta}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ και να αποδείξετε ότι $(\overrightarrow{AB} + \vec{x}) \uparrow \vec{\alpha}$.

Μονάδες 7